

応用理工学類 応用数学 I

Quiz 1

締切 来週水曜日の講義開始時：10月8日(水)

問 1 $f(x)$ を周期 $2L$ の周期関数としたとき、以下のフーリエ級数の公式を 5 回書け。

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ a_n \cos\left(\frac{n\pi x}{L}\right) + b_n \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \right\}$$

$$a_n = \frac{1}{L} \int_{-L}^L dx f(x) \cos\left(\frac{n\pi x}{L}\right)$$

$$b_n = \frac{1}{L} \int_{-L}^L dx f(x) \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right)$$

問 2 $m, n (> 0)$ を任意の自然数として、つぎの等式を証明せよ。

$$\int_{-L}^L \cos\left(\frac{m\pi x}{L}\right) \cos\left(\frac{n\pi x}{L}\right) dx = L\delta_{m,n}$$

問 3 つぎの周期関数について、そのグラフを描き、基本周期を決定し、フーリエ級数展開を求めよ。

(1)

$$f(x) = x^2 \quad (-\pi \leq x \leq \pi), \quad f(x+2\pi) = f(x)$$

(2)

$$f(x) = \frac{x}{2\pi} - \left[\frac{x}{2\pi} \right], \quad \text{ここで } \left[\frac{x}{2\pi} \right] \text{ は } \frac{x}{2\pi} \text{ を超えない最大の整数}$$

(3)

$$f(x) = |\cos x|$$

問 4 ある周期関数 $f(x)$ がフーリエ係数 a_n, b_n を持ち、同じ周期をもつもう一つの関数 $g(x)$ がフーリエ係数 c_n, d_n を持つとする。このとき、関数 $h(x) \equiv f(x) + g(x)$ のフーリエ係数は $a_n + c_n, b_n + d_n$ となるだろうか。

応用数学 I のホームページ

<http://www.bk.tsukuba.ac.jp/~CARS/lectureApplMath.html>