

応用理工学類 応用数学 I

Quiz 6

締切 来週水曜日の講義開始時：11月19日(水)

問1 そこに現れる個々の記号の意味するところをよく考えながら、次のフーリエ変換の公式を5回書け。

$$f(x) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dk}{2\pi} e^{ikx} F(k), \quad F(k) = \int_{-\infty}^{\infty} dx e^{-ikx} f(x)$$

問2 次の関数 $f(x)$ のフーリエ変換 $F(k)$ を求めよ。

(1)

$$f(x) = e^{-|x|} \sin(ax) \quad (a \neq 0)$$

(2)

$$f(x) = x e^{-ax} \theta(x) \quad (a > 0)$$

問3 関数 $f(x)$ と $g(x)$ の間に

$$f(x) = g(ax + b) e^{ik_0 x} \quad (a \neq 0)$$

の関係があるとき、 $f(x)$ のフーリエ変換 $F(k)$ を $g(x)$ のフーリエ変換 $G(k)$ を用いて表せ。

問4 フーリエ変換の面白い応用例です。

(1) 次の関数のフーリエ積分表示を求めよ。

$$f(x) = \begin{cases} 1 & |x| < 1 \\ 0 & |x| > 1 \end{cases}$$

(2) (1) の結果を用いて、

$$(i) \int_0^{\infty} dk \frac{\sin k}{k} = \frac{\pi}{2} \quad \text{および} \quad (ii) \int_0^{\infty} dk \frac{\cos k \sin k}{k} = \frac{\pi}{4}$$

となることを示せ。

応用数学 I のホームページ

<http://www.bk.tsukuba.ac.jp/~CARS/lectureApplMath.html>