

統計力学 II (2 学期) Take-Home Final Exam

今日配布した解答用紙に各大問を別々に解答せよ。

解答用紙 3 枚に学籍番号と名前の記入のうえ、解答用紙の左上をホッチキスでとめて提出すること。

提出期限： 11 月 16 日 (金) 5 pm

提出場所： A 棟 2F 支援室のレポート提出ボックス

問 1 Landau 理論を用いて、2 次の相転移 (潜熱を伴わない相転移で講義で扱った相転移) を議論せよ。議論の際、以下のポイントに触れること。

Landau 自由エネルギー、オーダーパラメータとは何か。

何故、Landau 自由エネルギーをオーダーパラメータについて 4 次の多項式で表すのか。

Landau 自由エネルギーが教科書 p.255 の式 (61) で表されることを正当化すること。

教科書 p.256 の図 10.18 を説明すること。 τ_0 の意味も説明すること。

問 2 縮退した半導体における、つぎの質量作用の法則の近似式を導出せよ。

$$n_e n_h = n_i^2 \exp \left[-\frac{n_e}{\sqrt{8} n_c} + \dots \right]$$

ただし、教科書 p.315 の式 (38) を (講義で説明したように) 導出して、その結果を用いること。

問 3 以下の各問に答えよ。

- (1) Fick の法則から、粒子密度 $n(x, t)$ に対する 3 次元の拡散方程式を導出せよ。粒子の流れを引き起こす駆動力は何か？
- (2) 正電荷のキャリアによる電流密度 $J(x, t)$ を電流の駆動力を明示したうえで導出せよ。
(Hint) 電流はドリフト電流と拡散電流から成る。
- (3) 拡散過程における位置 x の分散の平均値は、 $\langle x^2 \rangle(t) = 2Dt$ のように時間依存することを示せ。ここで、 D は拡散定数である。
- (4) 一方、拡散過程をブラウン運動とみなした場合、 i 番目のステップでの x 方向の変位を ξ_i とすれば、 N ステップまでの位置 x は、 $x = \sum_{i=1}^N \xi_i$ と書ける。これから、

$$\langle x^2 \rangle = N \langle \xi^2 \rangle \approx N \frac{\langle v \rangle^2}{3} \langle t^2 \rangle$$

と書けることを示せ。ここで、 $\langle v \rangle$ は粒子の速さの平均、 $\langle t^2 \rangle$ は粒子が無散乱で運動する時間分散の平均を表す。

- (5) これらの結果を用いて、拡散定数 D を平均自由行程 l 、速さの平均 $\langle v \rangle$ を用いて表せ。