

## 統計力学 II (秋学期) 期末試験

【問 1】は 1 枚目の解答用紙に、【問 2】と【問 3】は 2 枚目の解答用紙に解答せよ。  
 解答用紙 2 枚に学籍番号と名前の記入を忘れないようにすること。  
 単純ミスがあっても途中点を与えられるように、考え方の筋道が分かるように解答すること。

問 1 (40) 体積  $V$  で壁の温度  $T$  に保たれた空洞容器内が電磁波 (フォトン) で満たされており、熱平衡状態にあるとする。フォトンの全エネルギーを  $E$ 、壁に及ぼす圧力を  $p$ 、ボルツマン定数を  $k_B$  とすれば、エントロピー  $S(E, V)$  の基本方程式は、

$$S(E, V) = \frac{4}{3} b^{\frac{1}{4}} E^{\frac{3}{4}} V^{\frac{1}{4}}$$

で与えられる。ここで、 $b$  は正の定数である。

- (1) エントロピーの全微分が

$$dS(E, V) = \frac{1}{T} dE + \frac{p}{T} dV$$

で与えられることを説明せよ。

- (2) フォトンに対する 2 つの状態方程式を  $(E, V)$  の関数として求めよ。  
 (3) 次の Gibbs-Duhem の関係式が成立することを示せ。

$$SdT - Vdp = 0$$

問 2 (30) 気相と液相の共存条件に関して、以下の問に答えよ。

- (1) 気相と液相が平衡状態で共存するためのつぎの条件を導出せよ。

$$\mu_g(\tau, p) = \mu_l(\tau, p)$$

ここで、 $\mu_g$  ( $\mu_l$ ) は気相 (液相) の化学ポテンシャル、 $\tau$  はエネルギーの次元をもつ温度、 $p$  は圧力である。

- (2) (2) の条件を用いて、蒸気圧の微分方程式

$$\frac{dp}{d\tau} = \frac{s_g - s_l}{v_g - v_l}$$

を導出せよ。ここで、 $v$  と  $s$  はそれぞれ粒子 1 個あたりの体積と無次元のエントロピーである。

問 3 (30) 以下の問に答えよ。

- (1)  $g_4(\tau) > 0$  として、2 次の相転移を示すランダウの自由エネルギー  $F_L$  が

$$F_L(M; \tau) = g_0(\tau) + \alpha(\tau - \tau_c) M^2 + g_4(\tau) M^4$$

のように表すことができることを説明せよ。ここで、 $M$  は磁化、 $\tau$  はエネルギーの単位をもつ温度、 $g_0(\tau)$ 、 $g_4(\tau)$  は温度  $\tau$  をパラメータとする定数、 $\alpha$  は正の定数、 $\tau_c$  は転移温度である。

- (2) Fick の法則を用いて、粒子密度  $n(\mathbf{r}, t)$  に対しての、以下の 3 次元の拡散方程式を導出せよ。

$$\frac{\partial n(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = D \nabla^2 n(\mathbf{r}, t)$$

ここで、 $D$  は拡散定数である。